中３数学／２次関数【強化演習①】

【１】y が x の２乗に比例するとき、以下の各場合について、y を x の式で表しなさい。

(1) 比例定数が－３である。

(2) $x=-6$ のとき $y=9$ である。

(3) グラフが（－３，－２）を通る。

【２】以下の問いに答えなさい。

(1) y は x の２乗に比例し、$x=2$ のとき $y=6$ である。$x=-4$ のときの y の値を求めなさい。

(2) 放物線 $y=-\frac{3}{4}x^2$ と、x 軸について対称な放物線の式を求めなさい。

【３】以下の関数の x の変域が（　　）内のとき、y の変域を求めなさい。

(1) $y=x^2$ 　（$1\leqq x\leqq 3$）

(2) $y=2x^2$ 　（$-4\leqq x\leqq -1$）

(3) $y=-\frac{1}{2}x^2$ 　（$0\leqq x\leqq 5$）

(4) $y=\frac{1}{3}x^2$ 　（$-3\leqq x\leqq 2$）

(5) $y=-2x^2$ 　（$-1\leqq x\leqq 3$）

(6) $y=x^2$ 　（$-3<x<4$）

(7) $y=-\frac{2}{5}x^2$ 　（$-2<x\leqq 3$）

【４】以下の関数について、x の値が－２から５まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(1) $y=x^2$

(2) $y=4x^2$

(3) $y=-\frac{2}{3}x^2$

【５】以下の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y=ax^2$ について、x の値が１から３まで増加するときの変化の割合が－８であるとき、a の値を求めなさい。

(2) 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ で、x の変域が $m\leqq x\leqq 3$ のとき、y の変域が $n\leqq y\leqq 8$ である。このとき、m，n の値を求めなさい。

(3) x の値が－４から２まで増加するとき、２つの関数 $y=ax^2$ と $y=-6x+3$ の変化の割合が等しくなるという。このとき、a の値を求めなさい。

(4) x の変域が $-2\leqq x\leqq 1$ のとき、２つの関数 $y=ax^2$ と $y=-x-2$ の y の変域が一致する。このとき、a の値を求めなさい。

(5) 関数 $y=\frac{1}{6}x^2$ について、x の値が n から $n+2$ まで増加するときの変化の割合は２である。このとき、n の値を求めなさい。

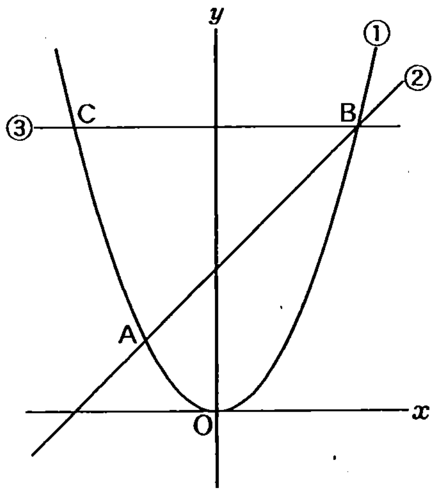
【６】以下の問いに答えなさい。

(1) 放物線 $y=x^2$ と 直線 $y=2x+15$ の交点座標を求めなさい。

(2) 放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ と直線 $y=-2x+6$ の２つの交点をＡ，Ｂ、原点をＯとするとき、三角形ＯＡＢの面積を求めなさい。但し、座標の１目盛りを１ｃｍとする。

中３数学／２次関数【強化演習②】

【１】右の図で、曲線①は $y=ax^2$ であり、点A(−２，２)を通る。直線②は曲線①と２点A，Bで交わっていて、その傾きは１である。また、点Bを通りx軸に平行な直線を③とし、曲線①との交点をCとする。このとき、以下の問いに答えなさい。

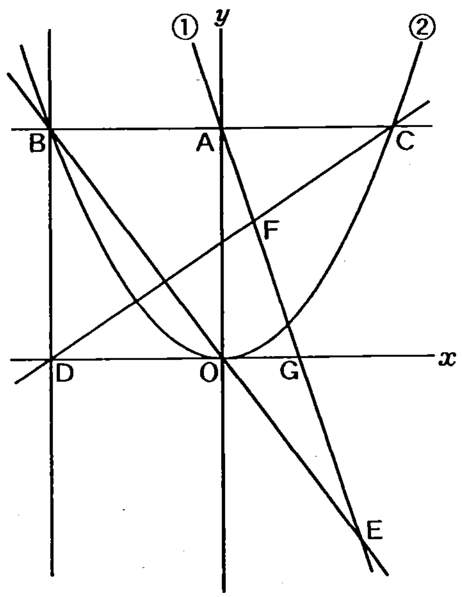


(1) 曲線①の a の値を求めなさい。

(2) 点Bの座標を求めなさい。

(3) 直線ACの式を $y=mx+n$ とするとき、m，n の値を求めなさい。

【２】右の図で、直線①は $y=-3x+4$ であり、曲線②は $y=ax^2$ である。点Aは、直線①とy軸との交点であり、２点B，Cは、点Aを通りx軸に平行な直線と曲線②との交点である。点Dは、点Bを通りy軸に平行な直線とx軸との交点で、そのx座標は−３である。このとき、以下の問いに答えなさい。



(1) 曲線②の a の値を求めなさい。

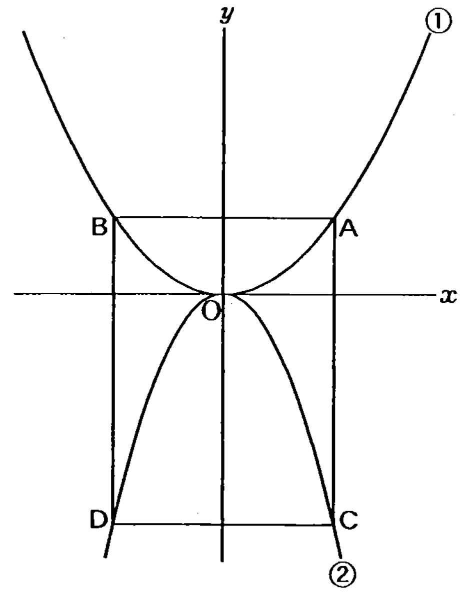
(2) 線分BOの長さを求めなさい。

(3) 直線CDの式を求めなさい。

(4) 直線①と直線BOとの交点Eの座標を求めなさい。

(5) 直線①と直線CD，x軸との交点をそれぞれF，Gとするとき、△ACFと△GDFの面積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

【３】右の図で、曲線①，②はそれぞれ $y=\frac{1}{4}x^2$，$y=-\frac{1}{2}x^2$ である。点Aは曲線①上の点で、そのx座標は正である。点Aを通り、x軸，y軸に平行な直線と曲線①，②との交点をそれぞれB，Cとし、また曲線②上に点Dを、長方形ABDCができるようにとる。このとき、以下の問いに答えなさい。

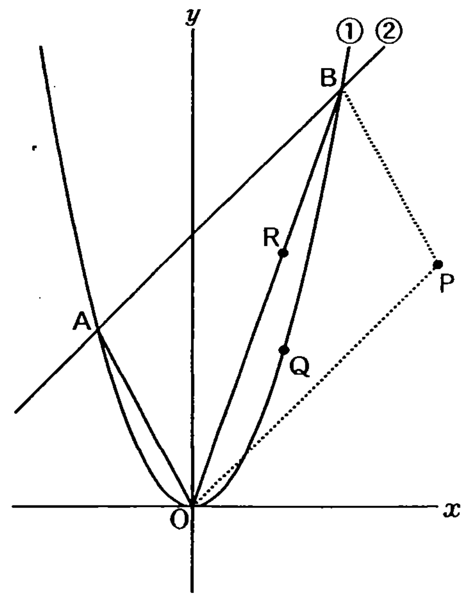


(1) 点Aのx座標が２であるとき、長方形ABDCの面積を求めなさい。

(2) 点Aのx座標をkとするとき、点Dの座標をkを用いて表しなさい。

(3) 長方形ABDCが正方形となるとき、点Aの座標を求めなさい。

【４】右の図で、曲線①は $y=ax^2$ であり、点A(−２，６)とx座標が３である点Bで、直線②と交わっている。このとき、以下の問いに答えなさい。



(1) 直線②の式を $y=mx+n$ とするとき、m，n の値を求めなさい。

(2) AO，ABを２辺とする平行四辺形AOPBをつくるとき、点Pの座標を求めなさい。

(3) 曲線①のBO上に、△ABOと△ABQの面積が等しくなるように点Qをとるとき、点Qの座標を求めなさい。

(4) 直線BO上に、△AORの面積が△ABRの面積の２倍となるように点Rをとる。このとき、直線ARがx軸と交わる点の座標を求めなさい。

中３数学／２次関数【強化演習①】

【１】y が x の２乗に比例するとき、以下の各場合について、y を x の式で表しなさい。

(1) 比例定数が－３である。

$y=-3x^2$

(2) $x=-6$ のとき $y=9$ である。

$y=\frac{1}{4}x^2$ … $y=ax^2$ に、$x=-6$, $y=9$ を代入！

(3) グラフが（－３，－２）を通る。

$y=-\frac{2}{9}x^2$ … $y=ax^2$ に、$x=-3$, $y=-2$ を代入！

【２】以下の問いに答えなさい。

(1) y は x の２乗に比例し、$x=2$ のとき $y=6$ である。$x=-4$ のときの y の値を求めなさい。

$y=24$ … $y=\frac{3}{2}x^2$ に $x=-4$ を代入！

(2) 放物線 $y=-\frac{3}{4}x^2$ と、x 軸について対称な放物線の式を求めなさい。

$y=\frac{3}{4}x^2$ … 比例定数の絶対値が等しい！

【３】以下の関数の x の変域が（　　）内のとき、y の変域を求めなさい。

(1) $y=x^2$ （$1\leqq x\leqq 3$）

$1\leqq y\leqq 9$

(2) $y=2x^2$ （$-4\leqq x\leqq -1$）

$2\leqq y\leqq 32$

(3) $y=-\frac{1}{2}x^2$ （$0\leqq x\leqq 5$）

$-\frac{25}{2}\leqq y\leqq 0$

(4) $y=\frac{1}{3}x^2$ （$-3\leqq x\leqq 2$）

$0\leqq y\leqq 3$

(5) $y=-2x^2$ （$-1\leqq x\leqq 3$）

$-18\leqq y\leqq 0$

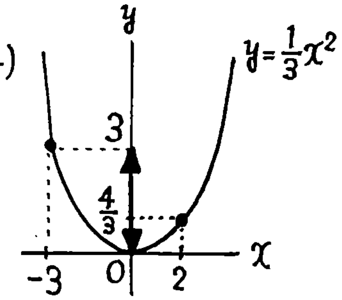
(6) $y=x^2$ （$-3<x<4$）

$0\leqq y<16$

(7) $y=-\frac{2}{5}x^2$ （$-2<x\leqq 3$）

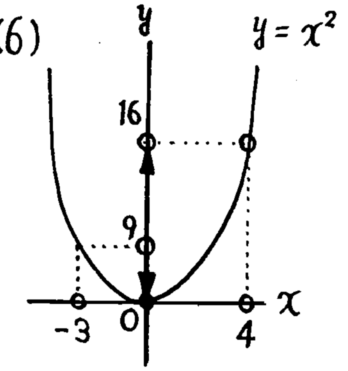
$-\frac{18}{5}\leqq y\leqq 0$

(4)



※ x の変域が $(-)\leqq x\leqq(+)$ のとき、y の変域は 0～（x の絶対値の大きい方）となる！

(6)



【４】以下の関数について、x の値が－２から５まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(1) $y=x^2$

3

(2) $y=4x^2$

12

(3) $y=-\frac{2}{3}x^2$

-2

※ $y=ax^2$ で、x が p から q まで増加するときの変化の割合 $=a(p+q)$ ！

ここでは、変化の割合 $=a(-2+5)=3a$ ！

【５】以下の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y=ax^2$ について、x の値が１から３まで増加するときの変化の割合が－８であるとき、a の値を求めなさい。

$a=-2$ … 変化の割合 $-8=a(1+3)$ ！

(2) 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ で、x の変域が $m\leqq x\leqq 3$ のとき、y の変域が $n\leqq y\leqq 8$ である。このとき、m，n の値を求めなさい。

$m=-4$，$n=0$ … $y=8$ を $y=\frac{1}{2}x^2$ に代入すると、$x=\pm4$
よって、$m=-4$ ！（$m=4$ では $4\leqq x\leqq 3$ となり不可！）

(3) x の値が－４から２まで増加するとき、２つの関数 $y=ax^2$ と $y=-6x+3$ の変化の割合が等しくなるという。このとき、a の値を求めなさい。

$a=3$ … $y=-6x+3$ と変化の割合が等しいので、変化の割合は -6 ！

(4) x の変域が $-2\leqq x\leqq 1$ のとき、２つの関数 $y=ax^2$（ア）と $y=-x-2$（イ）の y の変域が一致する。このとき、a の値を求めなさい。

$a=-\frac{3}{4}$ … イで $-2\leqq x\leqq 1$ より、$-3\leqq y\leqq 0$．よって、$x=-2$ のとき $y=-3$ をアに代入！

(5) 関数 $y=\frac{1}{6}x^2$ について、x の値が n から $n+2$ まで増加するときの変化の割合は２である。このとき、n の値を求めなさい。

$n=5$ … $2=\frac{1}{6}(n+n+2)$ ！

【６】以下の問いに答えなさい。

(1) 放物線 $y=x^2$ と 直線 $y=2x+15$ の交点座標を求めなさい。

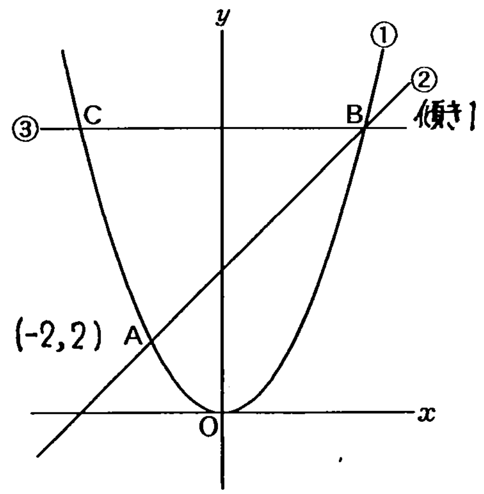
$(-3, 9)$，$(5, 25)$ … $\begin{cases} y=x^2 \\ y=2x+15 \end{cases}$ $x^2=2x+15$ ∴ $x=-3, 5$ ！

(2) 放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ と直線 $y=-2x+6$ の２つの交点をＡ，Ｂ、原点をＯとするとき、三角形ＯＡＢの面積を求めなさい。但し、座標の１目盛りを１ｃｍとする。

$24\,\text{cm}^2$ … 交点の x 座標は $-6, 2$、直線と y 軸の交点を C とすると、$C(0,6)$ ∴ $OC=6$
$\triangle OAB=\triangle OAC+\triangle OBC=6\times6\times\frac{1}{2}+6\times2\times\frac{1}{2}$ ！

中３数学／２次関数【強化演習②】

【１】右の図で、曲線①は $y=ax^2$ であり、点Ａ（－２，２）を通る。直線②は曲線①と２点Ａ，Ｂで交わっていて、その傾きは１である。また、点Ｂを通り x 軸に平行な直線を③とし、曲線①との交点をＣとする。このとき、以下の問いに答えなさい。



(1) 曲線①の a の値を求めなさい。

$a=\frac{1}{2}$ …①はA(-2,2)を通る！

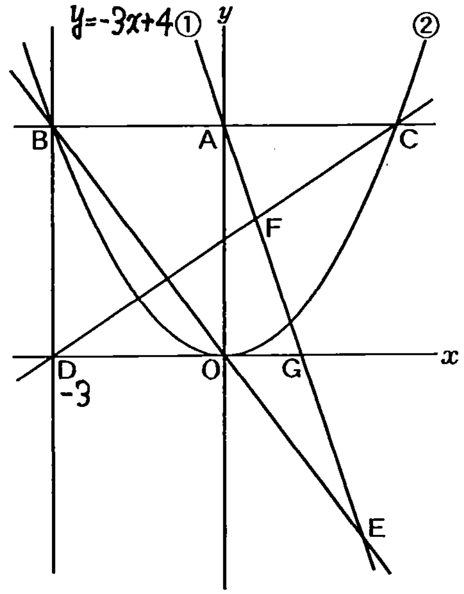
(2) 点Ｂの座標を求めなさい。

B(4,8) …②: $y=x+4$. ①と②の交点のうち、Aでない方！

(3) 直線ＡＣの式を $y=mx+n$ とするとき、m，n の値を求めなさい。

$m=-3$, $n=-4$ …CはBとy軸について対称．よって，C(-4,8)！

【２】右の図で、直線①は $y=-3x+4$ であり、曲線②は $y=ax^2$ である。点Ａは、直線①と y 軸との交点であり、２点Ｂ，Ｃは、点Ａを通り x 軸に平行な直線と曲線②との交点である。点Ｄは、点Ｂを通り y 軸に平行な直線と x 軸との交点で、その x 座標は－３である。このとき、以下の問いに答えなさい。



(1) 曲線②の a の値を求めなさい。

$a=\frac{4}{9}$ …Aは①の切片なので，A(0,4)
D(-3,0)より，B(-3,4)！

(2) 線分ＢＯの長さを求めなさい。

5 … $BO^2=BD^2+DO^2$ ！

(3) 直線ＣＤの式を求めなさい。

$y=\frac{2}{3}x+2$ …C(3,4)！

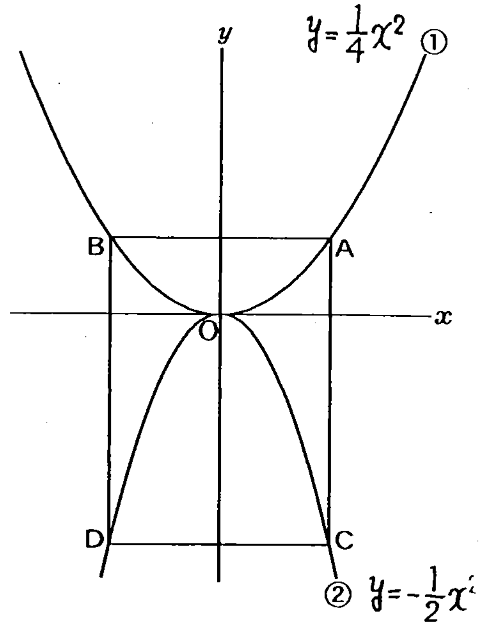
(4) 直線①と直線ＢＯとの交点Ｅの座標を求めなさい。

$\left(\frac{12}{5}, -\frac{16}{5}\right)$ … $\begin{cases} y=-3x+4 \\ y=-\frac{4}{3}x \end{cases}$ ！

(5) 直線①と直線ＣＤ，x 軸との交点をそれぞれＦ，Ｇとするとき、△ＡＣＦと△ＧＤＦの面積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

81：169 …△ACF：△GDF（相似比）＝AC：GD　G$\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$
AC＝3，GD＝$\frac{13}{3}$　∴AC：GD＝3：$\frac{13}{3}$＝9：13！

【３】右の図で、曲線①，②はそれぞれ $y=\frac{1}{4}x^2$，$y=-\frac{1}{2}x^2$ である。点Ａは曲線①上の点で、その x 座標は正である。点Ａを通り、x 軸，y 軸に平行な直線と曲線①，②との交点をそれぞれＢ，Ｃとし、また曲線②上に点Ｄを、長方形ＡＢＤＣができるようにとる。このとき、以下の問いに答えなさい。



(1) 点Ａの x 座標が２であるとき、長方形ＡＢＤＣの面積を求めなさい。

12 …A(2,1)，B(-2,1)，C(2,-2)
AB＝4，AC＝3！

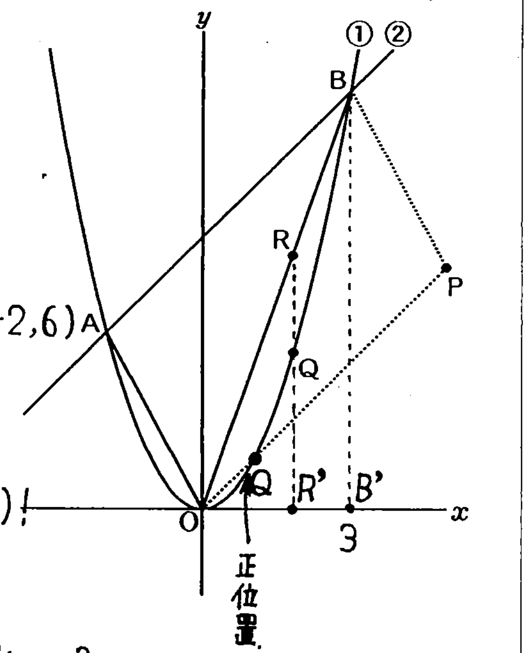
(2) 点Ａの x 座標を k とするとき、点Ｄの座標を k を用いて表しなさい。

$D\left(-k, -\frac{1}{2}k^2\right)$ … $A\left(k, \frac{1}{4}k^2\right)$，$B\left(-k, \frac{1}{4}k^2\right)$，$C\left(k, -\frac{1}{2}k^2\right)$！

(3) 長方形ＡＢＤＣが正方形となるとき、点Ａの座標を求めなさい。

$A\left(\frac{8}{3}, \frac{16}{9}\right)$ …(2)で，AB＝AC　$AB=k-(-k)=2k$，
$AC=\frac{1}{4}k^2-\left(-\frac{1}{2}k^2\right)=\frac{3}{4}k^2$　∴ $2k=\frac{3}{4}k^2$　∴ $k=0, \frac{8}{3}$ ！

【４】右の図で、曲線①は $y=ax^2$ であり、点Ａ（－２，６）と x 座標が３である点Ｂで、直線②と交わっている。このとき、以下の問いに答えなさい。



(1) 直線②の式を $y=mx+n$ とするとき、m，n の値を求めなさい。

①は $y=\frac{3}{2}x^2$，$B\left(3, \frac{27}{2}\right)$

$m=\frac{3}{2}$, $n=9$ …(-2,6)，$\left(3, \frac{27}{2}\right)$を通る！ (-2,6)

(2) ＡＯ，ＡＢを２辺とする平行四辺形ＡＯＰＢをつくるとき、点Ｐの座標を求めなさい。

$P\left(5, \frac{15}{2}\right)$ …A→O：x…+2，y…-6 に移動．
B→Pも同じ．∴ $P\left(3+2, \frac{27}{2}-6\right)$！

(3) 曲線①のＢＯ上に、△ＡＢＯと△ＡＢＱの面積が等しくなるように点Ｑをとるとき、点Ｑの座標を求めなさい。

$Q\left(1, \frac{3}{2}\right)$ …Oを通り②に平行な直線と①の交点
直線の傾きは $\frac{3}{2}$．よって，$\begin{cases} y=\frac{3}{2}x^2, & y=\frac{3}{2}x \end{cases}$ ！

(4) 直線ＢＯ上に、△ＡＯＲの面積が△ＡＢＲの面積の２倍となるように点Ｒをとる。このとき、直線ＡＲが x 軸と交わる点の座標を求めなさい。

OR：RB＝OR'：R'B'＝2：1　OB'＝3よりOR'＝2

(-10, 0) …よって，Rのx座標は2．直線BOは $y=\frac{9}{2}x$，ゆえに，R(2,9)
直線ARは $y=\frac{3}{4}x+\frac{15}{2}$．これに $y=0$ を代入する！